

2° Bachillerato de CC. HH. y SS. Ejercicios de Análisis

Soluciones

- 1) a) - 2 b) 1 c) 1 d) 0 e) $-\infty$ f) No tiene
 2) a) 1 b) 1 c) 0 d) 2 e) - 1 f) No tiene
 3) 8
 4) a) 3 b) 1 c) No tiene d) 1 e) $+\infty$ f) 2
 5) 0; $+\infty$; 1; $+\infty$
 6) Han de ser iguales
 7) a) 3 b) - 2 c) 1/2 d) 5
 8) a) - 2 b) 4 c) 1 d) $+\infty$
 9) a) No tiene b) No tiene c) No tiene
 d) No tiene e) No tiene f) $+\infty$
 10) a) 1/4 b) 0 c) ∞ d) $-\infty$ e) 5/2 f) $-\infty$
 g) 0 h) 1
 11) a) 4/17 b) 12 c) 3 d) 12 e) - 6
 f) - 5/3 12) a) No tiene b) 1
 13) a) $-\infty$ b) $+\infty$
 14) a) 3/4 b) 0 c) No tiene
 15) a) $+\infty$ b) 7/3
 16) a) 3/2 b) No tiene
 17) a) $y = 5$: ($x \rightarrow -\infty$, por debajo; $x \rightarrow +\infty$, por encima); $x = 1$: ($x \rightarrow 1^-$, hacia $-\infty$; $x \rightarrow 1^+$, hacia $+\infty$)
 b) $y = 4$: ($x \rightarrow -\infty$, por encima; $x \rightarrow +\infty$, por debajo); $x = 0$: ($x \rightarrow 0^+$, hacia $+\infty$; $x \rightarrow 0^-$, hacia $-\infty$)
 c) $y = 2$: ($x \rightarrow -\infty$, por encima; $x \rightarrow +\infty$, por encima); $x = 2$: ($x \rightarrow 2^-$, hacia $-\infty$; $x \rightarrow 2^+$, hacia $+\infty$); $x = -2$: ($x \rightarrow -2^-$, hacia $+\infty$; $x \rightarrow -2^+$, hacia $-\infty$)
 d) $y = 0$: ($x \rightarrow -\infty$, por debajo; $x \rightarrow +\infty$, por encima); $x = -1$: ($x \rightarrow -1^-$, hacia $-\infty$; $x \rightarrow -1^+$, hacia $+\infty$)
 e) $y = 1/2$: ($x \rightarrow -\infty$, por debajo; $x \rightarrow +\infty$, por debajo)

- f) $y = 1$: ($x \rightarrow -\infty$, por encima; $x \rightarrow +\infty$, por encima)
 18) a) $x = -1$: ($x \rightarrow -1^-$, hacia $-\infty$; $x \rightarrow -1^+$, hacia $+\infty$); $y = x - 1$: ($x \rightarrow -\infty$, por debajo; $x \rightarrow +\infty$, por encima)
 b) $x = 0$: ($x \rightarrow 0^+$, hacia $+\infty$; $x \rightarrow 0^-$, hacia $-\infty$); $y = x/3$: ($x \rightarrow -\infty$, por encima; $x \rightarrow +\infty$, por debajo)
 c) $x = 0$: ($x \rightarrow 0^+$, hacia $+\infty$; $x \rightarrow 0^-$, hacia $-\infty$); $x = 1$: ($x \rightarrow 1^-$, hacia $-\infty$; $x \rightarrow 1^+$, hacia $+\infty$); $y = 2x + 2$: ($x \rightarrow -\infty$, por debajo; $x \rightarrow +\infty$, por encima)
 19) AV: $x = -1$; AO: $y = -x + 2$
 20) Continua en $x = 0$; discontinuidad de hueco en $x = 2$ y en $x = -2$
 21) Discontinuidad de hueco en $x = 2$ y de ramas infinitas en $x = -1/3$
 22) a) $x = 1$; $x = 3$ b) discontinuidad de hueco en $x = 2$
 23) a) continua b) discontinuidad de hueco en $x = -1$
 24) $x = 2$
 25) Discontinuidad de salto en $x = 8$
 26) a) Discontinuidad de salto en $x = 0$
 b) Continua
 27) Discontinuidad de salto en $x = 0$.
 28) a) Discontinuidad de salto en $x = 0$
 b) Continua para todo valor de x
 29) Continua
 30) Discontinuidad de ramas infinitas en $x = 0$ y discontinuidad de salto en $x = 1$
 31) a) Continua b) Discontinuidad de ramas infinitas en $x = -1$ c) continua

32) Discont. de salto en $x = 0$ y en $x = 2$

33) $k = 1/2$

34) $b = 0$

35) $a = 2$; $a = 1$

36) $a = 8$; $b = 2 - e^{-2}$

37) $a = 1/7$

38) a) $7/4$ b) 0

39) a) $a = -1$; $b = 1$ b) $a = -1$; $b = 0$

40) 3

41) a) $3,575$ m b) 12 m

42) a) $(12000+0,24x)/x$ b) $1,44$; $0,48$; $0,36$ c) $0,24$

43) a) 1 b) -1 c) 0

44) a) -6 b) -2 c) 2

45) a) $-1/27$ b) $-3/27$ c) $-5/27$ d) $-3/27$
e) $-5/27$

46) 2

47) a) 1 b) $1/4$ c) 2

48) a) $-1/16$ b) $(-h-4)/16$ c) $-1/4$

49) a) $15x^2$ b) $28x^3$ c) $\frac{5}{2\sqrt{x}}$ d) $\frac{x}{4}$

e) $a.n.x^{n-1}$ f) $3.\cos x$

50) a) $4x^3$ b) $-5x^{-6}$ c) $\frac{1}{3}.x^{-2/3}$ d) $-2.x$

$^{-3}$ e) $\frac{-1}{2x\sqrt{x}}$ f) $2x$

51) a) $6x + 3x^2$ b) $28x^3 - 10x + 9$

c) $\frac{5}{2\sqrt{x}} - 8$ d) $6x + 2$ e) $14x - 25$

f) $15x^2 - 8x - 6$

52) a) $6x^5$ b) $-5x^{-6}$ c) $\frac{-1}{3}.x^{-4/3}$

d) $5x^4$ e) $1 - \frac{1}{2x\sqrt{x}}$ f) $x/2$

53) a) $\sin x + x.\cos x$ b) $\ln x + 1$

c) $2x.\sin x + x^2.\cos x$

54) a) $8x + \sqrt{3}$ b) $\frac{9}{2}.x^{7/2} - \frac{5}{2}.x^{3/2}$

c) $-60x^4 + 75x^2 - 7$ d) $\frac{13}{12}.x^{1/12}$

55) a) $-1/x^2$ b) $-2/x^3$ c) $\frac{2x}{(x^2+1)^2}$

d) $\frac{-x^2 - 4x - 1}{(x^2 - 1)^2}$

56) a) $\frac{3-8x}{6}$ b) $\frac{x+1}{2x\sqrt{x}}$ c) $\frac{-1}{(x+1)^2}$

57) a) $4(x^2 + x + 1)^3.(2x + 1)$

b) $3(3x^2 - 4x + 6)^2.(6x - 4)$

58) a) $\frac{1}{x}$ b) $\frac{2x}{x^2+1}$ c) $\frac{6x^2+3}{2x^3+3x+1}$

d) $\frac{-12x}{(x^2+1)(x^2-5)}$ e) $\frac{3(2x-1)}{x^2-x+5}$

59) a) $\frac{2x}{x^2+1}$ b) $\ln x + 2$ c) $\frac{2x+1}{2x(x+1)}$

60) a) $\frac{1}{x-1}$ b) $\frac{1-\ln x}{x^2}$ c) $-1/x$ d) 1

e) $\frac{2x+1}{2(x^2+x)}$ f) $2/x$

61) a) $\frac{2x}{x^2+7}$ b) $\frac{e^x}{e^x+2}$ c) $\frac{-60x^2}{3-4x^3}$

d) $\frac{3x}{3x^2+1}$ e) $\frac{-1}{(1-x)\sqrt{x}}$ f) $\frac{1}{x.\ln x}$

62) a) $e^{x^2+x+1}.(2x+1)$ b) $3^x.\ln 3$

c) $(3/5)^x.\ln(3/5)$ d)

$25^{x^2+x+1}.\ln 25.(2x+1)$

63) a) $4^{3/x}.\ln 4.\left(\frac{-3}{x^2}\right)$ b) $3.2^x.\ln 2$

c) $e^{2x^2}.4x - e^x$ d) $6^{x^2}.\ln 6.2x$

e) $3(e^{2x}+1)^2.e^{2x}.2$

64) a) $e^{-2x}.(-2)$ b) $5^{x^2+1}.\ln 5.2x$

c) $\frac{6x}{3x^2+5}$ d) $\frac{3x^2-2}{x^3-2x}$ e) $\frac{14(5x^3-1)}{x(5x^3-7)}$

65) a) $\frac{e^x(x-2)}{x^3}$ b) $\frac{-2e^x}{(1-e^x)(1+e^x)}$

c) $e^x.(x^2+x+1)$

66) a) $3\cos x$ b) $\frac{\cos x}{3}$ c) $\cos(3x+1).3$

d) $\cos(x^2+1).2x$

e) $\cos(5x^2+7x+1).(10x+7)$

f) $3.\sin^2 x.\cos x$

67) a) $-7.\sin x$ b) $\frac{-\sin x}{5}$

c) $-\sin(3x+1).3$ d) $-\sin(x^2+1).2x$

e) $-\sin(5x^2-7x-1).(10x-7)$

f) $3\cos^2 x.(-\sin x)$

68) a) $\frac{\cos x}{\sin x}$ b) $\cos(\ln x).(1/x)$ c) $\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$

d) $\frac{\cos \sqrt{x}}{\sin \sqrt{x}}.\frac{1}{2\sqrt{x}}$

69) a) $3x^2 - 10x$ b) $\frac{4x + 3(x^2 - 1)^2}{2\sqrt{2x^2 + (x^2 - 1)^3}}.2x$

c) $\frac{2}{(x+1)(x-1)}$ d) $\frac{-x^2 + 3x - 1}{e^x}$

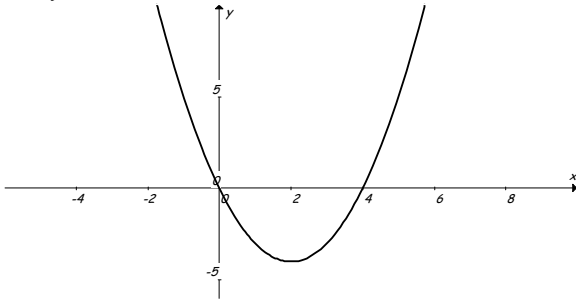
e) $15x^2 + \frac{1}{3}(x+1)^{-2/3}$ f) $\frac{-5x+6}{5x^3}$

- 70) a) $6x^2 + 3$ b) $2x$ c) $2(x+1)$
e) $2x + 1 - 1/x^2 - 2/x^3$
- 71) a) $\frac{-3x-1}{2\sqrt{1+x}}$
b) $2x \cdot 5^{2x} + 5^{2x} \cdot \ln 5 \cdot 2 \cdot (x^2 - 1)$
c) $2^x \cdot (\ln 2)^2$
d) $6^{x^2} \cdot \ln 6 \cdot 2x$ e) $2x \cdot \ln x + x + \ln x^2 + 2$
f) $\frac{2^{3x} \cdot \ln 2 \cdot 3x - 2 \cdot 2^{3x}}{x^3}$
g) $4(e^{2x} + 3)^3 \cdot e^{2x} \cdot 2$ h) $\frac{9}{x \cdot (x^2 + 9)}$
- 72) a) 0 b) 2,333... c) 0
73) a) 0,577... b) 0,5
74) 0
75) a) $y' = -6x + 2$ b) $y' = 20(4x+1)^4$
c) $y' = 8x(5x^3 - 2x) + (15x^2 - 2)(4x^2 - 1)$
d) $y' = \frac{-2x^2 + 6x - 4}{(x^2 - 2)^2}$
- 76) $f(x) = 3x + 2$
77) $f(x) = 60x - 80$
78) $f(x) = -95x - 146$
79) $f(x) = x - \frac{3\sqrt{3}}{2}$
80) $f(x) = 5x - 3$
81) $f(x) = -3x + 5$
82) $f(x) = 2x + 1$
83) $f'(2) = 2$; $f'(6) = 0$
84) $y = 2x - 4$
85) $y = x$; $y = 16x - 21$
86) $y = 5x - 1$
87) $y = x/4 + 1$
88) $y = x - 1$
89) $y = 28x - 44$
90) Continua y derivable
91) Continua y no derivable
92) $x = -2$: continua y no derivable; $x = -1$: continua y no derivable; $x = 1$: no continua
93) $x = 0$: continua y derivable; $x = 2$: no continua;
94) a) Continua y derivable b) Continua y no derivable c) No continua
95) $m = 2$; $n = -1$
96) $a = 0$; $b = 1$
97) $a = 1$; $b = 2$
98) $x = 0$: (Si $b = 0$, es continua; nunca será derivable); $x = 2$: (Si $6 + b = 4a$, es continua; si $3 = 4a$, es derivable)
99) a) $a = 2$; $b = 2$ b) $a = 1$; $b = 1$
c) $a = -2$; $b = 3$ d) $a = -5/2$; $b = -3$
100) _____

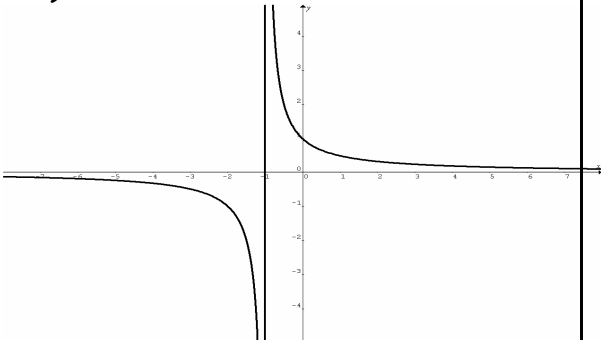
- 101) No es derivable cuando $x = a \in \mathbb{Z}$
102) -1 ; 1
103) a) -225 b) -45; -36; -33; -30,3; -30,03 c) -30
104) a) 972.000 b) 1.067.851 c) 7
105) a) 42 b) 30 c) 4
106) a) Si b) 0; 1.597.264 c) 7.389.056,1
107) a) 31 b) 28
108) a) 15 ; 6,4... ; 4,2... b) -3,58...
c) -4,28... ; -0.23...
109) a) 12 b) 9
110) a) 150 b) 16 c) 15 ; 17 ; 19
111) Creciente
112) $x = 2$: decreciente; $x = -2$: creciente
113) Creciente: $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$;
decreciente: $(-2, 1)$
114) a) Creciente: $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$;
decrec.: $(-1, 3)$
b) Creciente: $(-\infty, -\sqrt{12}) \cup (\sqrt{12}, +\infty)$;
dec.: $(-\sqrt{12}, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, 2) \cup (2, \sqrt{12})$
115) a) Creciente: $(2, +\infty)$; decreciente:
 $(-\infty, 2)$
b) Creciente: $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$; de-
creciente: $(-3, 3)$
c) Creciente: $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$;
decreciente: $(-1, 1)$
116) *****
117) a) 100 b) entre 1980 y 1982 y de
1983 en adelante
118) a) Cierto b) Cierto
119) Decr. $(-\infty, -1/2)$; crec. $(-1/2, +\infty)$
120) Máx.: $(0, 0)$; mín.: $(-1, -1)$ y $(1, -1)$
121) Máx.: $(1, 1/2)$; mín.: $(-1/3, -3/2)$
122) a) No tiene b) Máx.: $(0, 0)$;
mín.: $(2, 4)$ c) No tiene
123) -9
124) Cr.: $(1/2, 3)$; dec. $(-\infty, -1/2) \cup (3, +\infty)$
; máx.: $(3, \frac{9}{e^3})$; mín.: $(\frac{1}{2}, \frac{-1}{\sqrt{e}})$
125) a) Crec. $(0, 2)$; decr- $(2, 8)$
b) 20.000 ptas.
126) a) $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$
b) Creciente: $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$;
decr. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$ c) Máx. $(0, -3)$
127) $c = 9$
128) $m = -6$; $f(1) = 5$
129) $a = 6$; $b = 0$; $c = -6$
130) a) Decreciente $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$
b) Creciente $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$;
decreciente $(-2, -1) \cup (-1, 0)$;
puntos críticos: $x = -2$; $x = 0$

c) Decreciente $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$; puntos críticos no tiene

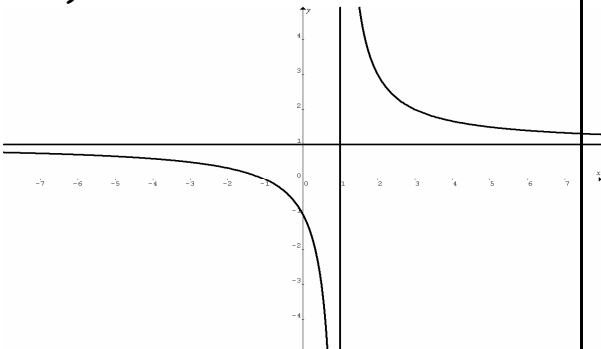
131)



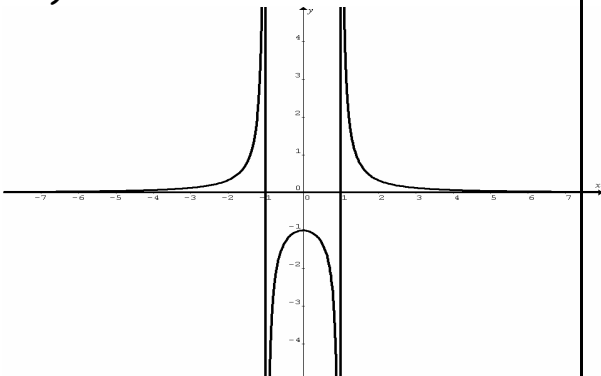
132)



133)

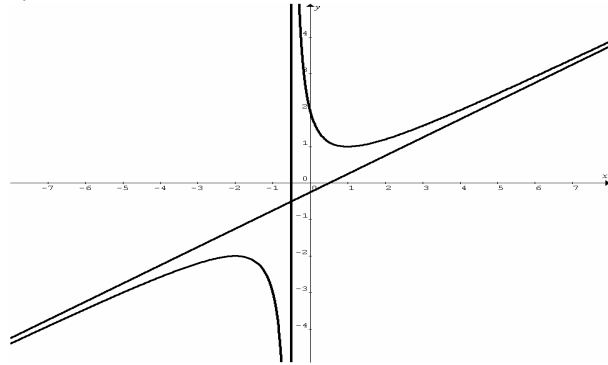


134)

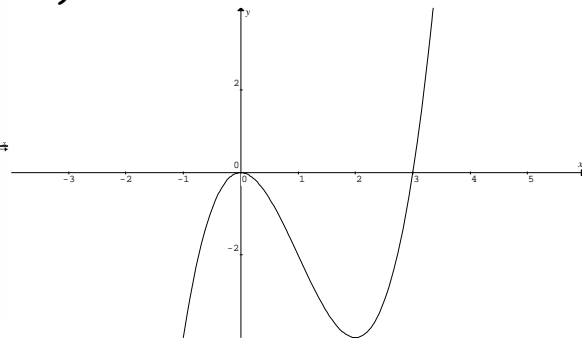


135) a) Asínt. vert.: $x = -1/2$; asínt. inclinada: $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$
b) Máx.: $(-2, -2)$; mín.: $(1, 1)$

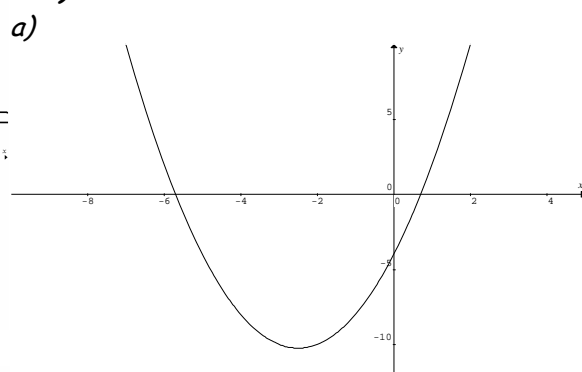
c)



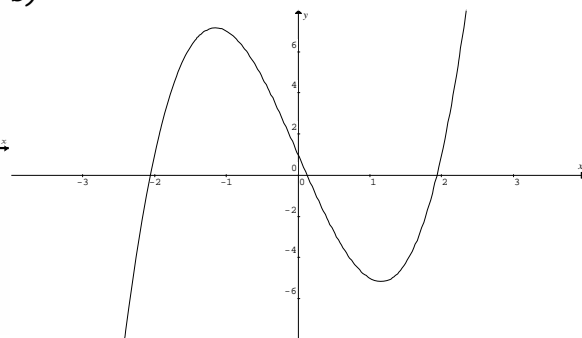
136)



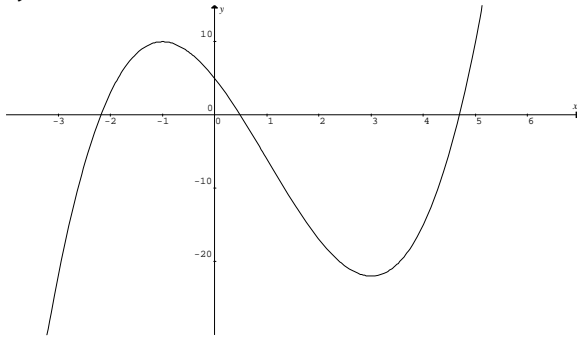
137)



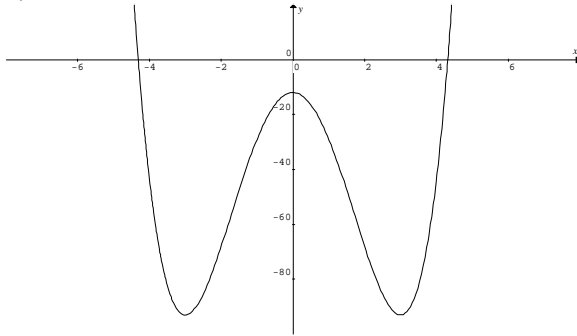
b)



c)

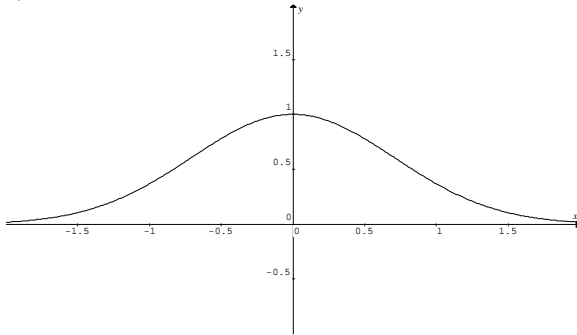


d)

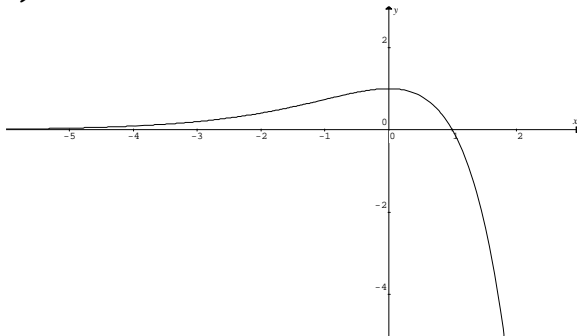


138)

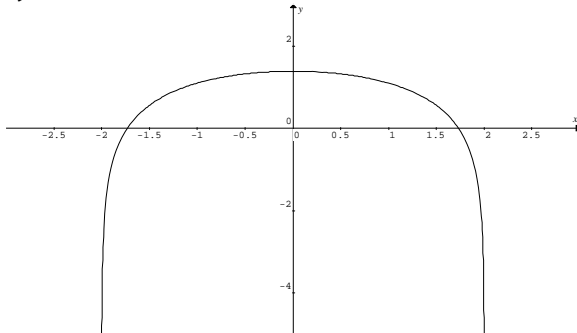
a)



b)



c)



139) a) Convexa b) Cóncava

140) a) Cóncava $(-\infty, +\infty)$

b) Cóncava $(1, +\infty)$; convexa $(-\infty, 1)$

c) Convexa $(-\infty, 2/3)$; cóncava $(2/3, +\infty)$

d) Cóncava $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$; convexa

$(-1, 0)$ e) Cóncava $(-\infty, 0) \cup (1/2, +\infty)$;

convexa $(0, 1/2)$

f) Convexa $(-\infty, 4/3)$; cóncava $(4/3, +\infty)$

141) a) Concavidad $(-\infty, -0,57) \cup (0,57, +\infty)$

; convexidad $(-0,57, 0,57)$; puntos de

inflexión $(0,57, 1,44)$; $(-0,57, 1,44)$

b) Concavidad $(-\infty, -0,57) \cup (0,57, +\infty)$;

convexidad $(-0,57, 0,57)$; puntos de in-

flexión $(-0,57, 0,75)$, $(0,57, 0,75)$

142) Cónc. $(-\infty, -1)$; conv. $(-1, -\infty)$; no

tiene puntos de inflexión.

143) $m > 6$

144) a) $(0, 0)$ b) No

145) Máximo $(0, 0)$; mínimo $(4, -32)$;

punto de inflexión $(2, -16)$

146) a) Crec: $(0, +\infty)$; decr: $(-\infty, 0)$

b) Mín.: $x = 0$

c) Cóncava: $(-\infty, +\infty)$

d) No tiene

147) a) Creciente: $(-\infty, +\infty)$

b) No tiene

c) Convexa: $(-\infty, 0)$; cóncava: $(0, +\infty)$

d) $x = 0$

148) $f(x) = -0,33x + 10,08$

149) $f(x) = -3x + 3$

150) $a = 12$; $b = 24$

151) Mínimo en $x = 1$; punto de inflexión

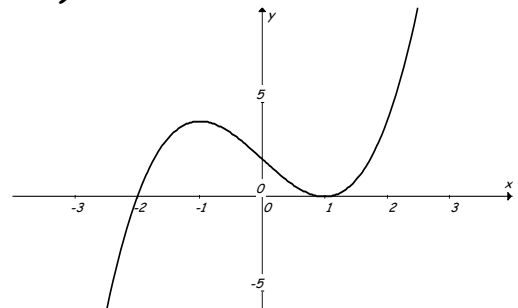
en $x = 2$

152) *****

153) *****

154) *****

155)



156)

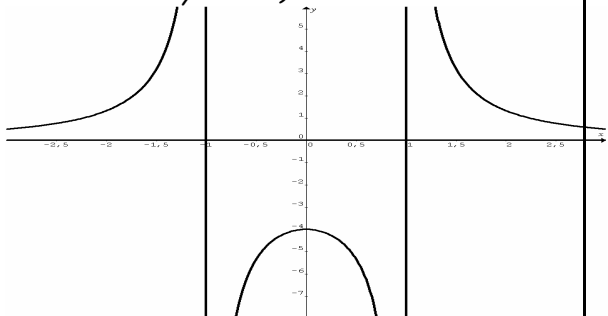
a) Creciente $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$;

decreciente: $(0, 1) \cup (1, +\infty)$;

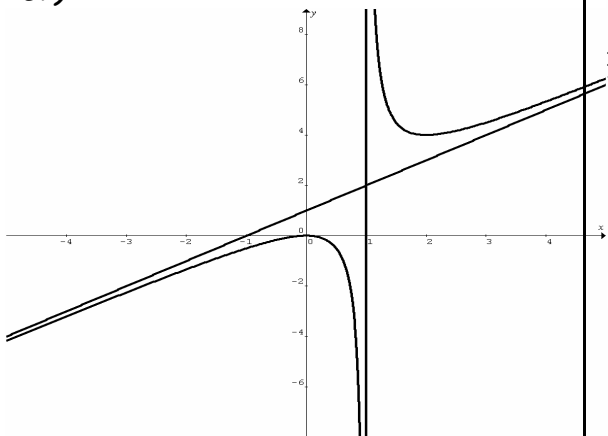
cóncava: $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$;

convexa: $(-1, 1)$

b) En $x = 0$, hay un máximo: $(0, 4)$; no existen puntos de inflexión.
c) Asíntotas verticales: $x = -1$, $x = 1$; asíntota horizontal: $y = 0$. d)

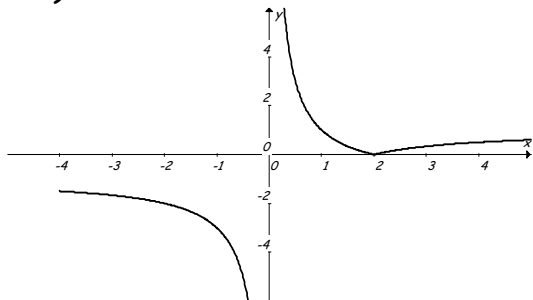


157)

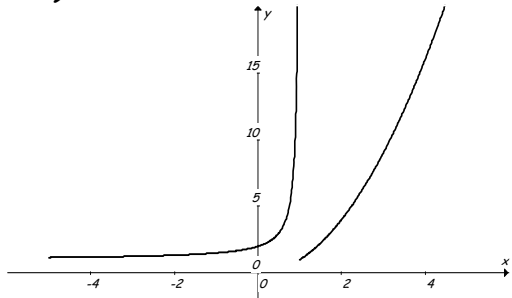


158) Creciente $(0, 2) \cup (2, +\infty)$; decreciente $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$; mínimo $(0, 9/4)$; A.H. $y = 1$; A.V. $x = -2$ y $x = 2$

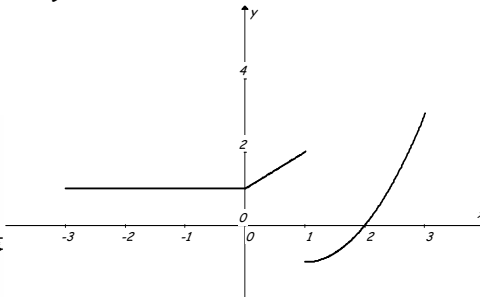
159)



160)

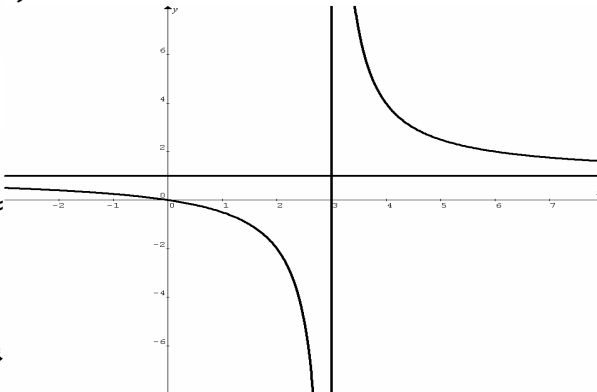


161)

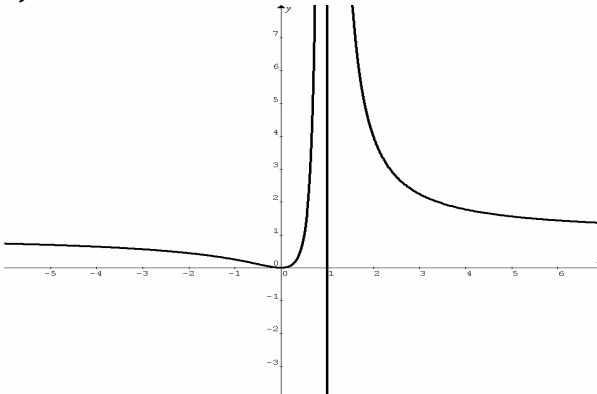


162)

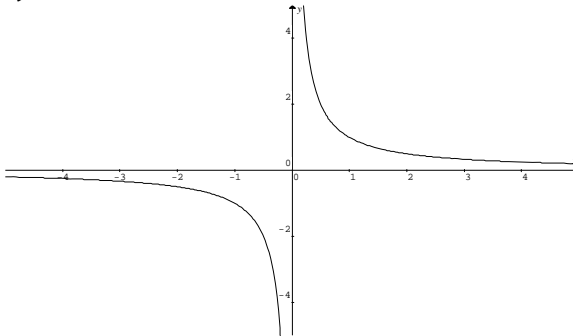
a)



b)



c)



163) _____

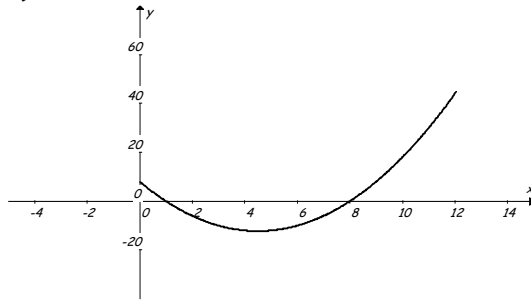
164) _____

165) a) -6°

b) A las 1 horas y a las 8 horas.

c) $-12,25^\circ$ a las 4 horas y 30 minutos.

d)



166) Máx.: $t = 1$; mín.: $t = 5$; crecimiento: $(0, 1) \cup (1, 5)$; decrecimiento $(1, 5)$

167) a) 21°

b) 5324 kg.

168) a) $CM(q) = \frac{1000000 + 100q + 0,001q^2}{q}$

b) $q = 31.623$

169) a) Si

b) $G(x) = -0,0025x^3 + 30x - 10$

c) 63,2 kg. d) 190 euros; 1254,9 euros.

170) a) 20 autobuses

b) 16 millones

171) a) La función es siempre es positiva.

b) Máx.: $t = 0$; mín.: $t = 3$

c) $t = 3$; $k(3) = 1$

172) a) 20 unidades; 12 €

b) Aproximadamente 82; aproximadamente 7923 euros

173) a) Año 2000

b) 150

174) $x^3 + C$

175) $\frac{4}{9}x^{3/2} + C$

176) $\frac{-1}{8}x^{-4} + C$

177) $\frac{2\sqrt{3}}{7}x^{7/2} + C$

178) $\frac{-1}{4}\cos x + C$

179) $\frac{8^x}{\ln 8} + C$

180) $2e^x + C$

181) $-\cos x + 2\operatorname{tag} x + C$

182) $(-1/2)\cos(2x+3) + C$

183) $\frac{1}{5}e^{5x} + C$

184) $\frac{1}{5}\operatorname{sen} 5x + C$

185) $\frac{-1}{3}\cos 3x + C$

186) $\frac{-1}{3}\operatorname{tag} 3x + C$

187) $\frac{1}{3}\ln(3x-7) + C$

188) $\frac{-1}{2}\ln(5-2x) + C$

189) $\frac{-1}{x+2} + C$

190) $\frac{-2}{3}\sqrt{(1-x)^3} + C$

191) $2\sqrt{2+x} + C$

192) $2\sqrt{x+3} + C$

193) $\frac{2}{9}\sqrt{(3x-1)^3} + C$

194) $e^{2x} + C$

195) $\frac{\sqrt{(x^2-5)^3}}{3} + C$

196) $\frac{(x^3-1)^2}{2} + C$

197) $-\cos(\ln x) + C$

198) $\frac{(\ln x)^2}{2} + C$

199) $\frac{2}{3}\sqrt{(1+\ln x)^3} + C$

200) $\frac{6^{\ln x}}{\ln 6} + C$

201) $\frac{1}{2}e^{(x^2+4x)} + C$

202) $\frac{1}{2}(x^2+x+1)^2 + C$

203) $\frac{1}{3}(x^3+2)^3 + C$

204) $\frac{1}{4}(x^2-1)^2 + C$

205) $\frac{1}{6}(x^3+3)^2 + C$

206) $\frac{1}{6}\ln(1+2x^3) + C$

207) $\frac{1}{2}\sqrt{2x^2+3} + C$

208) $\frac{2}{3}\sqrt{x^3+1} + C$

209) $\frac{1}{2}\ln(x^2+1) + C$

210) $\ln(\ln x) + C$

211) $\ln(x^3-4x+2) + C$

212) $\ln(1+e^x) + C$

213) $\frac{2}{3}\sqrt{(\operatorname{tag} x)^3} + C$

214) $\frac{1}{6}(\operatorname{sen} x)^6 + C$

215) $\frac{1}{3}(\operatorname{sen} x)^3 + C$

216) $\frac{-1}{4}(\cos x)^4 + C$

217) $e^{\text{sen}x} + C$

218) $\ln(x + \cos x) + C$

219) $\frac{-1}{\text{sen}x} + C$

220) $\frac{1}{2(\cos x)^2} + C$

221) $\frac{1}{2}\ln(2\text{sen}x + 3) + C$

222) $41/6$

223) $1/5$

224) 4

225) 2

226) $e - 1$

227) 201

228) $13/6$

229) $32/3$

230) $32/3$

231) 27

232) $28/3$

233) $32/3$

234) 36

235) $256/3$